

Selberg の篩の基本 更新履歴

鈴木雄太 (立教大学)

以下, 行番号, ページ数, 定理番号等是对应する更新後の版のものを用いる.

- 2024 年 7 月 10 日: p. 45 の ℓ . (-3) で Lemma A.6.12 の証明中の implicit constant が g に依存して良いことを明記.
- 2024 年 7 月 11 日: Example A.8.1 の最初の別行立ての数式の最後に $\ll \frac{1}{D_0}$ を追加.
- 2024 年 8 月 15 日: 若林功先生のご指摘を反映し, 以下の修正を行う.
 - Section A.1 前の注に補足資料 C への言及を追加.
 - Definition A.1.2 の後に具体例への参照を行う 1 文を加える.
 - Notation A.1.5 を Definition から Notation に変更.
 - Definition A.1.9 を追加. (数論的関数 Ω の定義がなかった.)
 - Proposition A.3.2 の主張を修正 (数学的内容は変更なし).
 - Proposition A.3.2 の 6 行目にて以下の修正:

$$\sum_{r|d} \frac{\mu(r)^2}{g(r)} \rightsquigarrow \sum_{r|(d_1, d_2)} \frac{\mu(r)^2}{g(r)}.$$

- Subsection A.3.4 の冒頭で「最小化問題」を「主要項の最小化問題」に変更.
- (A.4.35) の 3 行前「平方無縁数 r に対して」と補足.
- (A.5.42) の 2 つ上の別行立て数式中に v の範囲を以下のように修正

$$1 \leq v \leq \frac{\log x}{\log 2} \rightsquigarrow 2 \leq v \leq \frac{\log x}{\log 2}.$$

- (A.5.42) の上 2 つの別行立て数式の $x^{\frac{1}{2}} \log x$ という項を $x^{\frac{1}{2}} (\log x)^2$ に変更. (もともとの評価も成立するが, 新しいもののほうが成立が見やすいため.)
- Section A.6 の最初の段落に「平均値」という言葉遣いについての注意を挿入.
- Lemma A.6.1 冒頭に「平方無縁数を台に持つ」という文言を挿入.
- (A.6.46) にあった g の定義とその書き換え (A.6.47) を分離. 対応した参照部分も書き換え.
- (A.6.48) の直前に和と積分の交換の方法についての補足を追加.
- Lemma A.6.6 の最右辺の分子を $A_2 A_2$ から $A_1 A_2$ に修正.
- Lemma A.6.7 の証明の最後の別行立て数式最右辺の κ を 1 つ除去.

- Lemma A.6.8 の証明の最後の別行立て数式の前の一文で (Γ_2) を Lemma A.6.3 に変更.
- Lemma A.6.12 の証明中にある c を c_g に修正.
- (A.6.77) の上 2 行分を修正. (誤差項 $O(1)$ は $0 < \kappa < 1$ のとき無視できない.)
- (A.6.79) の 2 つ後の別行立て数式を目的がわかりやすいように修正.
- Theorem A.6.1 の誤差項から G_{\max} を削除.
- Theorem A.6.2 の G_{\max} の定義中の \sup を \max に変更.
- Theorem A.6.2 の証明の 3 行目で「右辺」を「左辺」に修正.
- (A.6.81) の前の「 $z = 0$ 周り」を「 $x = 0$ 周り」に変更.
- (A.7.89) の前の (Γ_2) の L の取り方を追加.
- (A.7.90) の 3 行前に Mertens の定理への言及を追加.
- Theorem A.7.2 の証明中の 2 つめの別行立て数式の積分中の総和記号の範囲を修正.
- Lemma A.8.1 の証明の最後から 3 行前で「十分代」を「十分大」に修正.
- Corollary A.8.1 の主張に数論的関数 g の定義を追加.
- Corollary A.8.1 の証明の 2 行目で Corollary A.8.1 を (A.8.94) に修正.
- 2024 年 8 月 16 日 : Maynard の論文への応用のため, 以下を修正 :
 - Lemma A.6.1 の主張を $(n, W) = 1$ という条件の効果を引き出せるように修正. 対応して Remark A.6.1 を追加し, Lemma A.6.1 の証明を修正.
 - 前項の修正に対応して Lemma A.8.1 と Corollary A.8.1 の主張と証明を修正.
- 2024 年 8 月 22 日 : Maynard の論文の Lemma A.6.1 の資料 A での証明に (悲しいことに割と大きな) 不備があったため, この不備を解決するために以下のように修正 :
 - Subsection A.6.2 に $V(z)$ という記号と関連した公式を追加.
 - $V(z)$ の比に関する不等式 Lemma A.6.9 を追加.
 - Lemma A.6.10 と Lemma A.6.11 の主張と証明を変更.
 - Lemma A.6.14 の証明の一部であった Lemma A.6.13 を分離.
 - $V(z)$ の粗い評価を与える Lemma A.6.15 を追加.
 - Theorem A.6.1 と Theorem A.6.2 の主張を変更. 間にあった Proposition を削除.
- 2024 年 8 月 22 日 : 小さな (?) 修正 :
 - 式番号のカウンタがセクションごと初期化されていなかったので修正. (小さな修正?)
 - p. 36 の上から 3 行目の「 A_1, A_2, κ 」を「 A_1, A_2 」に修正.
 - $(\Gamma_1), (\Gamma_2)$ それぞれの 1 行前の冒頭から「次の」を削除.
 - p. 36 の $V(z)$ の定義の文言を調整.
 - (A.6.21) の 2 行下の計算を 1 ステップ分補足.
 - (A.6.22) の 3 行上に「 $x \geq 2$ のときは $M(x) \geq 1$ なので」と補足.
 - Definition A.6.1 の「Riemann zeta 関数」を太文字に変更.
 - Lemma A.6.12 の証明の上から 5 行目にて以下の修正 :

$$s \int_1^\infty \frac{\{u\}}{u^s} du \rightsquigarrow s \int_1^\infty \frac{\{u\}}{u^{s+1}} du.$$

- p. 47 の 1 行目の文章を変更.
- (A.6.30) の 2 行上で以下の修正 :

$$\frac{L}{\log w} \int_w^z \frac{du}{u^{s+1}} + \frac{L}{\log w} \frac{1}{z^s} \rightsquigarrow \frac{L}{\log w} \int_w^z \frac{du}{u^{s+1}} + \frac{L}{\log w} \frac{1}{z^s}.$$

- Theorem A.6.14 の証明の最初の段落の文章を少し変更.
- (A.6.33) の 1 行前で「Lemma A.6.11 を」を「Lemma A.6.11 の (A.6.70) を」に変更.
- Theorem A.7.1 の前の段落の文章を変更.
- (A.7.2) の 1 行前の文章を変更.
- p. 58 の下から 5 行目にて以下の修正 :

$$2 \int_x^\infty \left(\sum_{\substack{n \geq u \\ (n,W)=1}} f(n) \right) \frac{du}{u^3} \rightsquigarrow 2 \int_x^\infty \left(\sum_{\substack{n < u \\ (n,W)=1}} f(n) \right) \frac{du}{u^3}.$$

- Corollary A.8.1 の証明の 1 つめの別行建て数式の 1 行後の文章を変更.
- Example A.8.1 の証明の 1 つめの別行建て数式の後の文章を変更.